Министерство образования Новосибирской области ГБПОУ НСО «Новосибирский авиационный технический колледж имени Б.С.Галущака»

СРС № 3

Тема: «Транспортная задача»

Учебная дисциплина: МДК.02.03 Математическое моделирование

Работу выполнил:

студент группы ПР-21.101:

Портнов М. А.

Проверил: Оболенцева Т. Д.

2023

**Задача:**

**Постановка задачи:**

**A1 = 50 B1 = 50**

**A2 = 50 B2 = 50**

**A3 = 50 B3 = 100**

**Решение:**

где **m** – количество поставщиков, **n** – количество потребителей.

200-150= 50 (А4)

Тогда 150<200 и, вводится фиктивный поставщик, или (m+1)-й строку в матрицу С, где 𝐂𝐢𝐣 = 0.

Далее нужно составить опорный план, который является первым решением задачи.

**Метод северо-западного угла**

Заполнение матрицы Х начинается от (1,1) элемента. Далее элементы располагаются относительно главной диагонали.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 |  |  |  | 50 | 0 |
| A2 |  |  |  | 50+e | 1 |
| A3 |  |  |  | 50+e | 3 |
| A4 |  |  |  | 50 | -7 |
|  | 50+e | 50+e | 100 | 200 |  |
|  | 10 | 9 | 7 |  |  |

1. Составляем первый опорный план методом северо-западного угла. Даем поставку 50 в клетку (1, 1). Поставщик A1 реализовал весь имеющийся у него груз: A1 = 50. И потребитель B1получил всю необходимую продукцию. Вычеркиваем строку A1. и столбец B1
2. Даем поставку 50 в клетку (2, 2). Поставщик A2 реализовал весь имеющийся у него груз: A2 = 50. Потребитель B1 получил требуемое количество груза: B1 = 50. Вычеркиваем столбец B2. и строку A2
3. Даем наибольшую поставку 50 в клетку (3, 3). Поставщик A3 реализовал весь имеющийся у него груз: A3 = 50. Вычеркиваем строку A3.
4. Даем наибольшую поставку 50 в клетку (4, 3). Потребитель B3 получил требуемое количество груза: B3 = 50 + 50 = 100 Вычеркиваем столбец B3.

**Целевая функция:**

Z= 10·50 + 10·50 + 10·50 + 0·50 =1500

В результате получен первый опорный план, который не является допустимым.  
Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 4, но необходимое количество m + n - 1 = 6. Следовательно, модель является вырожденной, а значит, нужно добавить в нее недостающее число элементов e, где e – малое число, которое может входить в решение без создания ошибок в расчётах.

План 2

Необходимо составить контур в котором вершиной будет являться то нулевое в котором разница между себестоимостью и псевдостоимостью будет максимальной данной клеткой будет являться (3.1) ставим там точку

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 | - |  | + | 50 | 0 |
| A2 |  |  |  | 50+e | -1 |
| A3 | + |  | - | 50+e | -4 |
| A4 |  |  |  | 50 | 14 |
|  | 50+e | 50+e | 100 | 200 |  |
|  | 10 | 11 | 14 |  |  |

**Метод потенциалов**

Суть метода заключается в вводе понятия потенциала, т.е. платежа третьему лицу.

, где - платежи i-го поставщика; - платежи j-го потребителя.

Потенциалы могут быть меньше нуля, тогда третье лицо платит поставщику или потребителю.

Метод потенциалов можно реализовать только тогда, когда число базисных элементов х (х≠0), будет равно , т.е. матрица Х должна быть невырожденной.

Во всех базисных точках (стоимость равна псевдостоимости). Всегда .

далее рассчитываются все потенциалы.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 |  |  |  | 50+e | 0 |
| A2 |  |  |  | 50 | 1 |
| A3 |  |  |  | 50+e | 3 |
| A4 |  |  |  | 50 | -7 |
|  | 50 | 50+e | 100+e | 200 |  |
|  | 5 | 9 | 7 |  |  |

**Целевая функция:**

**Z** = 7·50 + 10·50 + 8·50 + 0·50 =1250

Находим потенциалы ui, vj. Для этого нам нужно решить приведенную ниже систему уравнений, используя только заполненные клетки:

u1 = 0;

ui + vj = cij.

Полагаем u1 = 0.

u1 + v2 = 9; 0 + v2 = 9; v2 = 9  
u2 + v2 = 10; 9 + u2 = 10; u2 = 1  
u1 + v3 = 7; 0 + v3 = 7; v3 = 7  
u3 + v3 = 10; 7 + u3 = 10; u3 = 3  
u3 + v1 = 8; 3 + v1 = 8; v1 = 5  
u4 + v3 = 0; 7 + u4 = 0; u4 = -7

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij  
(2;3): 1 + 7 > 6; ∆23 = 1 + 7 - 6 = 2 > 0  
(3;2): 3 + 9 > 7; ∆32 = 3 + 9 - 7 = 5 > 0  
(4;2): -7 + 9 > 0; ∆42 = -7 + 9 - 0 = 2 > 0  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;2): 7  
Для этого в перспективную клетку (3;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 |  | - | + | 50+e | 0 |
| A2 |  |  |  | 50 | 1 |
| A3 |  | + | - | 50+e | 3 |
| A4 |  |  |  | 50 | -7 |
|  | 50 | 50+e | 100+e | 200 |  |
|  | 5 | 9 | 7 |  |  |

# 2 Итерация

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 |  |  |  | 50+e | 0 |
| A2 |  |  |  | 50 | 6 |
| A3 |  |  |  | 50+e | 3 |
| A4 |  |  |  | 50 | -7 |
|  | 50 | 50+e | 100+e | 200 |  |
|  | 5 | 4 | 7 |  |  |

Целевая функция:  
Z = 7·50 + 10·50 + 8·50 + 0·50 =1250

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v3 = 7; 0 + v3 = 7; v3 = 7  
u3 + v3 = 10; 7 + u3 = 10; u3 = 3  
u3 + v1 = 8; 3 + v1 = 8; v1 = 5  
u3 + v2 = 7; 3 + v2 = 7; v2 = 4  
u2 + v2 = 10; 4 + u2 = 10; u2 = 6  
u4 + v3 = 0; 7 + u4 = 0; u4 = -7

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(2;1): 6 + 5 > 9; ∆21 = 6 + 5 - 9 = 2 > 0  
(2;3): 6 + 7 > 6; ∆23 = 6 + 7 - 6 = 7 > 0  
max(2,7) = 7

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;3): 6  
Для этого в перспективную клетку (2;3) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 |  |  |  | 50+e | 0 |
| A2 |  | - | + | 50 | 6 |
| A3 |  | + | - | 50+e | 3 |
| A4 |  |  |  | 50 | -7 |
|  | 50 | 50+e | 100+e | 200 |  |
|  | 5 | 4 | 7 |  |  |

# 3 итерация

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 |  |  |  | 50+e | 0 |
| A2 |  |  |  | 50 | -1 |
| A3 |  |  |  | 50+e | -4 |
| A4 |  |  |  | 50 | -7 |
|  | 50 | 50+e | 100+e | 200 |  |
|  | 12 | 11 | 7 |  |  |

Z = 7·50 + 10·50 + 8·50 + 0·50 =1250

u1 + v3 = 7; 0 + v3 = 7; v3 = 7  
u2 + v3 = 6; 7 + u2 = 6; u2 = -1  
u2 + v2 = 10; -1 + v2 = 10; v2 = 11  
u3 + v2 = 7; 11 + u3 = 7; u3 = -4  
u3 + v1 = 8; -4 + v1 = 8; v1 = 12  
u4 + v3 = 0; 7 + u4 = 0; u4 = -7

(1;1): 0 + 12 > 10; ∆11 = 0 + 12 - 10 = 2 > 0  
(1;2): 0 + 11 > 9; ∆12 = 0 + 11 - 9 = 2 > 0  
(2;1): -1 + 12 > 9; ∆21 = -1 + 12 - 9 = 2 > 0  
(4;1): -7 + 12 > 0; ∆41 = -7 + 12 - 0 = 5 > 0  
(4;2): -7 + 11 > 0; ∆42 = -7 + 11 - 0 = 4 > 0  
max(2,2,2,5,4) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 0  
Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 |  |  |  | 50+e | 0 |
| A2 |  | - | + | 50 | -1 |
| A3 | - | + |  | 50+e | -4 |
| A4 | + |  | - | 50 | -7 |
|  | 50 | 50+e | 100+e | 200 |  |
|  | 12 | 11 | 7 |  |  |

# 4 итерация

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 |  |  |  | 50+e | 0 |
| A2 |  |  |  | 50 | -1 |
| A3 |  |  |  | 50+e | -4 |
| A4 |  |  |  | 50 | -12 |
|  | 50 | 50+e | 100+e | 200 |  |
|  | 12 | 11 | 7 |  |  |

Z = 7·50 + 6·50 + 7·50 + 0·50 =1000

u1 + v3 = 7; 0 + v3 = 7; v3 = 7  
u2 + v3 = 6; 7 + u2 = 6; u2 = -1  
u2 + v2 = 10; -1 + v2 = 10; v2 = 11  
u3 + v2 = 7; 11 + u3 = 7; u3 = -4  
u3 + v1 = 8; -4 + v1 = 8; v1 = 12  
u4 + v1 = 0; 12 + u4 = 0; u4 = -12

(1;1): 0 + 12 > 10; ∆11 = 0 + 12 - 10 = 2 > 0  
(1;2): 0 + 11 > 9; ∆12 = 0 + 11 - 9 = 2 > 0  
(2;1): -1 + 12 > 9; ∆21 = -1 + 12 - 9 = 2 > 0  
max(2,2,2) = 2  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;1): 10  
Для этого в перспективную клетку (1;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 | + |  | - | 50+e | 0 |
| A2 |  | - | + | 50 | -1 |
| A3 | - | + |  | 50+e | -4 |
| A4 |  |  |  | 50 | -12 |
|  | 50 | 50+e | 100+e | 200 |  |
|  | 12 | 11 | 7 |  |  |

# 5 итерация

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 |  |  |  | 50+e | 0 |
| A2 |  |  |  | 50 | -1 |
| A3 |  |  |  | 50+e | -4 |
| A4 |  |  |  | 50 | -10 |
|  | 50 | 50+e | 100+e | 200 |  |
|  | 10 | 11 | 7 |  |  |

Z = 7·50 + 6·50 + 7·50 + 0·50 =1000

u1 + v1 = 10; 0 + v1 = 10; v1 = 10  
u4 + v1 = 0; 10 + u4 = 0; u4 = -10  
u1 + v3 = 7; 0 + v3 = 7; v3 = 7  
u2 + v3 = 6; 7 + u2 = 6; u2 = -1  
u2 + v2 = 10; -1 + v2 = 10; v2 = 11  
u3 + v2 = 7; 11 + u3 = 7; u3 = -4

(1;2): 0 + 11 > 9; ∆12 = 0 + 11 - 9 = 2 > 0  
(4;2): -10 + 11 > 0; ∆42 = -10 + 11 - 0 = 1 > 0  
max(2,1) = 2  
Выбираем максимальную оценку свободной клетки (1;2): 9  
Для этого в перспективную клетку (1;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 |  | + | - | 50+e | 0 |
| A2 |  | - | + | 50 | -1 |
| A3 |  |  |  | 50+e | -4 |
| A4 |  |  |  | 50 | -10 |
|  | 50 | 50+e | 100+e | 200 |  |
|  | 10 | 11 | 7 |  |  |

# 6 итерация

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | B1 | B2 | B3 |  |  |
| A1 |  |  |  | 50+e | 0 |
| A2 |  |  |  | 50 | -1 |
| A3 |  |  |  | 50+e | -2 |
| A4 |  |  |  | 50 | -10 |
|  | 50 | 50+e | 100+e | 200 |  |
|  | 10 | 9 | 7 |  |  |

u1 + v1 = 10; 0 + v1 = 10; v1 = 10  
u4 + v1 = 0; 10 + u4 = 0; u4 = -10  
u1 + v2 = 9; 0 + v2 = 9; v2 = 9  
u3 + v2 = 7; 9 + u3 = 7; u3 = -2  
u1 + v3 = 7; 0 + v3 = 7; v3 = 7  
u2 + v3 = 6; 7 + u2 = 6; u2 = -1

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.  
Минимальные затраты составят: F(x) = 7\*50 + 6\*50 + 7\*50 + 0\*50 = 1000

**Анализ оптимального плана**.  
Из 1-го склада необходимо весь груз направить в 3-й магазин.  
Из 2-го склада необходимо весь груз направить в 3-й магазин.  
Из 3-го склада необходимо весь груз направить в 2-й магазин.  
Потребность 1-го магазина остается неудовлетворенной на 50 ед.  
Оптимальный план является вырожденным, так как базисная переменная x41=0.  
Задача имеет множество оптимальных планов, поскольку оценка для (1;1),(1;2) равна 0